

পঞ্চম অধ্যায়

বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ

আমরা দৈনন্দিন জীবনে একটি সম্পূর্ণ জিনিসের সাথে এর অংশও ব্যবহার করি। এই বিভিন্ন অংশ এক-একটি ভগ্নাংশ। সপ্তম শ্রেণিতে আমরা বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ কী তা জেনেছি এবং ভগ্নাংশের লঘুকরণ ও সাধারণ হ্রবিশিষ্টকরণ শিখেছি। ভগ্নাংশের যোগ, বিয়োগ ও সরলীকরণ সম্পর্কে বিস্তারিতভাবে জেনেছি। এ অধ্যায়ে ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগ সম্পর্কে পুনরালোচনা এবং ভগ্নাংশের গুণ, ভাগ ও সরলীকরণ সম্পর্কে বিশদ আলোচনা করা হয়েছে।

অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা—

- বীজগণিতীয় ভগ্নাংশের যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগ করতে পারবে এবং এতদসংক্রান্ত সরল ও সমস্যার সমাধান করতে পারবে।

৫.১ বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ

যদি m ও n দুইটি বীজগণিতীয় রাশি হয়, তবে $\frac{m}{n}$ একটি বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ, যেখানে $n \neq 0$ । এখানে $\frac{m}{n}$ ভগ্নাংশটির m কে লব ও n কে হর বলা হয়।

উদাহরণস্বরূপ, $\frac{a}{b}, \frac{x+y}{y}, \frac{x^2+a^2}{x+a}$ ইত্যাদি বীজগণিতীয় ভগ্নাংশ।

৫.২ ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠকরণ

কোনো বীজগণিতীয় ভগ্নাংশের লব ও হরের সাধারণ গুণনীয়ক থাকলে, ভগ্নাংশটির লব ও হরের গ.সা.গু. দিয়ে লব ও হরকে ভাগ করলে, লব ও হরের ভাগফল দ্বারা গঠিত নতুন ভগ্নাংশটিই হবে প্রদত্ত ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠকরণ।

$$\begin{aligned}\text{যেমন, } \frac{a^3b^2 - a^2b^3}{a^3b - ab^3} &= \frac{a^2b^2(a-b)}{ab(a^2-b^2)} \\ &= \frac{a^2b^2(a-b)}{ab(a+b)(a-b)} \\ &= \frac{ab}{a+b}\end{aligned}$$

এখানে লব ও হরের গ.সা.গু. $ab(a-b)$ দ্বারা লব ও হরকে ভাগ করে লঘিষ্ঠকরণ করা হয়েছে।

৫.৩ ভগ্নাংশকে সাধারণ হ্রবিশিষ্টকরণ

৫৩

দুই বা ততোধিক ভগ্নাংশকে সাধারণ হ্রবিশিষ্ট করতে নিচের ধাপগুলো অনুসরণ করতে হবে :

- ১। হরগুলোর ল.সা.গু. নির্ণয় করতে হবে।
- ২। ভগ্নাংশের হর দিয়ে ল.সা.গু.কে ভাগ করতে হবে।
- ৩। হর দিয়ে ল.সা.গু.কে ভাগ করা হলে যে ভাগফল পাওয়া যাবে, সেই ভাগফল দ্বারা ঐ ভগ্নাংশের লব ও হরকে গুণ করতে হবে।

যেমন, $\frac{x}{y}, \frac{a}{b}, \frac{m}{n}$ তিনটি ভগ্নাংশ, এদের একই হরবিশিষ্ট করতে হবে।

এখানে তিনটি ভগ্নাংশের হর যথাক্রমে y, b ও n এদের ল.সা.গু. = ybn

১ম ভগ্নাংশ $\frac{x}{y}$ এর হর y, y দ্বারা ল.সা.গু. ybn কে ভাগ করলে ভাগফল bn , এখন bn দ্বারা $\frac{x}{y}$ ভগ্নাংশের

লব ও হরকে গুণ করতে হবে।

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{x \times bn}{y \times bn} = \frac{xbn}{ybn}$$

একইভাবে, ২য় ভগ্নাংশ $\frac{a}{b}$ এর হর b, b দ্বারা ল.সা.গু. ybn কে ভাগ করলে ভাগফল yn ।

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{a \times yn}{b \times yn} = \frac{ayn}{ybn}$$

$\frac{m}{n}$

৩য় ভগ্নাংশ n এর হর n, n দ্বারা ল.সা.গু. ybn কে ভাগ করলে ভাগফল yb .

$$\therefore \frac{m}{n} = \frac{m \times yb}{n \times yb} = \frac{myb}{ybn}$$

অতএব, $\frac{x}{y}, \frac{a}{b}$ ও $\frac{m}{n}$ এর সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশ যথাক্রমে $\frac{xbn}{ybn}, \frac{ayn}{ybn}$ ও $\frac{myb}{ybn}$

উদাহরণ ১। নিচের ভগ্নাংশ দুইটিকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর :

$$\text{ক)} \quad \frac{16a^2b^3c^4y}{8a^3b^2c^5x} \quad (\text{খ)} \quad \frac{a(a^2 + 2ab + b^2)(a^3 - b^3)}{(a^3 + b^3)(a^4b - b^5)}$$

$$\text{সমাধান : (ক) প্রদত্ত ভগ্নাংশ } \frac{16a^2b^3c^4y}{8a^3b^2c^5x}$$

এখানে, ১৬ ও ৮ -এর গ.সা.গু. হলো ৮

$$\begin{array}{llll} a^2 \text{ ও } a^3 & " & " & a^2 \\ b^3 \text{ ও } b^2 & " & " & b^2 \\ c^4 \text{ ও } c^5 & " & " & c^4 \\ y \text{ ও } x & " & " & 1 \end{array}$$

$\therefore 16a^2b^3c^4y$ ও $8a^3b^2c^5x$ এর গ.সা.গু. হলো $8a^2b^2c^4$

$$\frac{16a^2b^3c^4y}{8a^3b^2c^5x} \text{ এর লব ও হরকে } 8a^2b^2c^4 \text{ দ্বারা ভাগ করে পাওয়া যায় } \frac{2by}{acx}$$

$$\therefore \frac{16a^2b^3c^4y}{8a^3b^2c^5x} \text{ এর লঘিষ্ঠ আকার হলো } \frac{2by}{acx}.$$

$$\text{(খ) প্রদত্ত ভগ্নাংশটি } \frac{a(a^2 + 2ab + b^2)(a^3 - b^3)}{(a^3 + b^3)(a^4b - b^5)}$$

$$\begin{aligned} \text{এখানে, লব} &= a(a^2 + 2ab + b^2)(a^3 - b^3) \\ &= a(a+b)^2(a-b)(a^2 + ab + b^2) \\ \text{হর} &= (a^3 + b^3)(a^4b - b^5) \\ &= (a+b)(a^2 - ab + b^2)\{b(a^4 - b^4)\} \\ &= b(a+b)(a^2 - ab + b^2)(a^2 - b^2)(a^2 + b^2) \\ &= b(a+b)(a^2 - ab + b^2)(a+b)(a-b)(a^2 + b^2) \\ &= b(a+b)^2(a-b)(a^2 + b^2)(a^2 - ab + b^2) \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ লব ও হরের গ.সা.গু.} = (a+b)^2(a-b)$$

$$\text{প্রদত্ত ভগ্নাংশটির লব ও হরকে } (a+b)^2(a-b) \text{ দ্বারা ভাগ করে পাওয়া যায় } \frac{a(a^2 + ab + b^2)}{b(a^2 + b^2)(a^2 - ab + b^2)}$$

$$\therefore \text{ ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ রূপ } \frac{a(a^2 + ab + b^2)}{b(a^2 + b^2)(a^2 - ab + b^2)}$$

উদাহরণ ২। $\frac{x}{x^3y - xy^3}, \frac{a}{xy(a^2 - b^2)}, \frac{m}{m^3n - mn^3}$ কে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে পরিণত কর।

$$\text{সমাধান : এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো } \frac{x}{x^3y - xy^3}, \frac{a}{xy(a^2 - b^2)}, \frac{m}{m^3n - mn^3}$$

$$\begin{aligned} \text{এখানে, ১ম ভগ্নাংশের হর} &= x^3y - xy^3 \\ &= xy(x^2 - y^2) \end{aligned}$$

$$\text{২য় ভগ্নাংশের হর} = xy(a^2 - b^2)$$

$$\begin{aligned} \text{৩য় ভগ্নাংশের হর} &= m^3n - mn^3 \\ &= mn(m^2 - n^2) \end{aligned}$$

৭৫০

$$\therefore \text{ হরগুলোর ল.সা.গু.} = xy(x^2 - y^2)(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn$$

$$\begin{aligned}
\text{অতএব, } \frac{x}{x^3y - xy^3} &= \frac{x(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn}{xy(x^3 - y^3)(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn} \\
\frac{a}{xy(a^2 - b^2)} &= \frac{a(x^2 - y^2)(m^2 - n^2)mn}{xy(x^2 - y^2)(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn} \\
\text{এবং } \frac{m}{m^3n - mn^3} &= \frac{xym(x^2 - y^2)(a^2 - b^2)}{xy(x^2 - y^2)(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn} \\
\therefore \text{নির্ণেয় ভগ্নাংশগুলো } &\frac{x(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn}{xy(x^2 - y^2)(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn}, \frac{a(x^2 - y^2)(m^2 - n^2)mn}{xy(x^2 - y^2)(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn} \\
&\text{ও } \frac{xym(x^2 - y^2)(a^2 - b^2)}{xy(x^2 - y^2)(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn}
\end{aligned}$$

কাজ : সমহরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর :

$$1 \mid \frac{x^2 + xy}{x^2y} \text{ এবং } \frac{x^2 - xy}{xy^2} \quad 2 \mid \frac{a - b}{a + 2b} \text{ এবং } \frac{2a + b}{a^2 - 4b}$$

৫.৪ ভগ্নাংশের যোগ

দুই বা ততোধিক ভগ্নাংশের যোগ করতে হলে, ভগ্নাংশগুলোকে সাধারণ হরবিশিষ্ট করে লবগুলোকে যোগ করলে যোগফল হবে একটি নতুন ভগ্নাংশ, যার লব হবে সাধারণ হরবিশিষ্টকরণকৃত ভগ্নাংশগুলোর লবের যোগফল এবং হর হবে ভগ্নাংশগুলোর হরের ল.সা.গু.।

$$\begin{aligned}
\text{যেমন, } \frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} \\
&= \frac{ayz}{xyz} + \frac{bxz}{xyz} + \frac{bxy}{xyz} \\
&= \frac{ayz + bxz + bxy}{xyz}
\end{aligned}$$

উদাহরণ ৩। ভগ্নাংশ তিনটি যোগ কর : $\frac{1}{x - y}, \frac{x}{x^2 + xy + y^2}, \frac{y^2}{x^3 - y^3}$

$$\text{এখানে, } 1\text{ম ভগ্নাংশ} = \frac{1}{x - y}$$

$$2\text{য় ভগ্নাংশ} = \frac{x}{x^2 + xy + y^2}$$

$$3\text{য় ভগ্নাংশ} = \frac{y^2}{x^3 - y^3} = \frac{y^2}{(x - y)(x^2 + xy + y^2)}$$

$$\text{হরগুলোর ল.সা.গু.} = (x - y)(x^2 + xy + y^2) = (x^3 - y^3)$$

সুতরাং, $\frac{1}{x-y}, \frac{x}{x^2+xy+y^2}, \frac{y^2}{x^3-y^3}$ এর যোগফল

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{x-y} + \frac{x}{x^2+xy+y^2} + \frac{y^2}{x^3-y^3} \\
 &= \frac{x^2+xy+y^2}{(x-y)(x^2+xy+y^2)} + \frac{x(x-y)}{(x-y)(x^2+xy+y^2)} + \frac{y^2}{x^3-y^3} \\
 &= \frac{x^2+xy+y^2}{x^3-y^3} + \frac{x^2-xy}{x^3-y^3} + \frac{y^2}{x^3-y^3} \\
 &= \frac{x^2+xy+y^2+x^2-xy+y^2}{x^3-y^3} \\
 &= \frac{2(x^2+y^2)}{x^3-y^3}
 \end{aligned}$$

নির্ণেয় যোগফল $\frac{2(x^2+y^2)}{x^3-y^3}$.

উদাহরণ ৪। যোগফল বের কর : $\frac{3a}{a^2+3a-4} + \frac{2a}{a^2-1} + \frac{a}{a^2+5a+4}$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি $\frac{3a}{a^2+3a-4} + \frac{2a}{a^2-1} + \frac{a}{a^2+5a+4}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{3a}{a^2+4a-a-4} + \frac{2a}{(a+1)(a-1)} + \frac{a}{a^2+a+4a+4} \\
 &= \frac{3a}{(a+4)(a-1)} + \frac{2a}{(a+1)(a-1)} + \frac{a}{(a+1)(a+4)} \\
 &= \frac{3a(a+1)+2a(a+4)+a(a-1)}{(a+4)(a+1)(a-1)} \\
 &= \frac{3a^2+3a+2a^2+8a+a^2-a}{(a+4)(a+1)(a-1)} \\
 &= \frac{6a^2+10a}{(a+4)(a+1)(a-1)} \\
 &= \frac{2a(3a+5)}{(a+4)(a^2-1)}
 \end{aligned}$$

উদাহরণ ৫। যোগফল নির্ণয় কর :

$$(ক) \frac{a-b}{bc} + \frac{b-c}{ca} + \frac{c-a}{ab}$$

$$(খ) \frac{1}{a^2-5a+6} + \frac{1}{a^2-9} + \frac{1}{a^2+4a+3}$$

$$(গ) \frac{1}{a-2} + \frac{a+2}{a^2+2a+4}$$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } (ক) \quad & \frac{a-b}{bc} + \frac{b-c}{ca} + \frac{c-a}{ab} \\ &= \frac{a^2-ab+b^2-bc+c^2-ca}{abc} \end{aligned}$$

$$= \frac{a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca}{abc}$$

$$\begin{aligned} (খ) \quad & \frac{1}{a^2-5a+6} + \frac{1}{a^2-9} + \frac{1}{a^2+4a+3} \\ &= \frac{1}{a^2-2a-3a+6} + \frac{1}{(a+3)(a-3)} + \frac{1}{a^2+3a+a+3} \\ &= \frac{1}{a(a-2)-3(a-2)} + \frac{1}{(a+3)(a-3)} + \frac{1}{a(a+3)+1(a+3)} \\ &= \frac{1}{(a-2)(a-3)} + \frac{1}{(a+3)(a-3)} + \frac{1}{(a+3)(a+1)} \\ &= \frac{(a+1)(a+3) + (a+1)(a-2) + (a-2)(a-3)}{(a+1)(a-2)(a+3)(a-3)} \\ &= \frac{a^2+4a+3+a^2-a-2+a^2-5a+6}{(a+1)(a-2)(a+3)(a-3)} \\ &= \frac{3a^2-2a+7}{(a+1)(a-2)(a^2-9)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (গ) \quad & \frac{1}{a-2} + \frac{a+2}{a^2+2a+4} \\ &= \frac{a^2+2a+4+(a-2)(a+2)}{(a-2)(a^2+2a+4)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{a^2 + 2a + 4 + a^2 - 4}{a^3 - 8} \\
&= \frac{2a^2 + 2a}{a^3 - 8} \\
&= \frac{2a(a+1)}{a^3 - 8}
\end{aligned}$$

কাজ : যোগ কর :

$$\begin{aligned}
&১। \frac{2a}{3x^2y}, \frac{3b}{2xy^2}, \frac{a+b}{xy} \quad ২। \frac{2}{x^2y - xy^2}, \frac{3}{xy(x^2 - y^2)}, \frac{1}{x^2 - y^2}
\end{aligned}$$

৫.৫ ভগ্নাংশের বিয়োগ

দুইটি ভগ্নাংশের বিয়োগ করতে হলে, ভগ্নাংশ দুইটিকে সাধারণ হরবিশিষ্ট করে লব দুইটিকে বিয়োগ করলে বিয়োগফল হবে একটি নতুন ভগ্নাংশ, যার লব হবে সাধারণ হরবিশিষ্টকরণকৃত ভগ্নাংশ দুইটির লবের বিয়োগফল এবং হর হবে ভগ্নাংশ দুইটির হরের ল.সা.গু.।

$$\begin{aligned}
&\text{যেমন, } \frac{a}{xy} - \frac{b}{yz} \\
&= \frac{az}{xyz} - \frac{bx}{xyz} \\
&= \frac{az - bx}{xyz}
\end{aligned}$$

উদাহরণ ৬। বিয়োগফল নির্ণয় কর :

$$\begin{aligned}
&(\text{ক}) \frac{x}{4a^2bc^2} - \frac{y}{9ab^2c^3} \\
&(\text{খ}) \frac{x}{(x-y)^2} - \frac{x+y}{x^2-y^2} \\
&(\text{গ}) \frac{a^2+9y^2}{a^2-9y^2} - \frac{a-3y}{a+3y}
\end{aligned}$$

$$\text{সমাধান : (ক) } \frac{x}{4a^2bc^2} - \frac{y}{9ab^2c^3}$$

এখানে, হর $4a^2bc^2$ ও $9ab^2c^3$ এর ল.সা.গু. $36a^2b^2c^3$

$$\begin{aligned}
\therefore \frac{x}{4a^2bc^2} - \frac{y}{9ab^2c^3} \\
= \frac{9xbc - 4ya}{36a^2b^2c^3}
\end{aligned}$$

$$(খ) \frac{x}{(x-y)^2} - \frac{x+y}{x^2-y^2}$$

এখানে হর $(x-y)^2$ ও x^2-y^2 এর ল.সা.গু. $(x-y)^2(x+y)$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{x}{(x-y)^2} - \frac{x+y}{x^2-y^2} &= \frac{x(x+y) - (x+y)(x-y)}{(x-y)^2(x+y)} \\ &= \frac{x^2 + xy - x^2 + y^2}{(x-y)^2(x+y)} \\ &= \frac{xy + y^2}{(x-y)^2(x+y)} \\ &= \frac{y(x+y)}{(x-y)^2(x+y)} \\ &= \frac{y}{(x-y)^2} \end{aligned}$$

$$(গ) \frac{a^2+9y^2}{a^2-9y^2} - \frac{a-3y}{a+3y}$$

এখানে হর a^2-9y^2 ও $a+3y$ এর ল.সা.গু. a^2-9y^2

$$\begin{aligned} \frac{a^2+9y^2}{a^2-9y^2} - \frac{a-3y}{a+3y} &= \frac{a^2+9y^2 - (a-3y)(a-3y)}{a^2-9y^2} \\ &= \frac{a^2+9y^2 - (a^2-6ay+9y^2)}{a^2-9y^2} \\ &= \frac{a^2+9y^2 - a^2 + 6ay - 9y^2}{a^2-9y^2} \\ &= \frac{6ay}{a^2-9y^2} \end{aligned}$$

কাজ : বিয়োগ কর :

$$১। \frac{x}{x^2+xy+y^2} \text{ থেকে } \frac{xy}{x^3-y^3} \quad ২। \frac{1}{1+a+a^2} \text{ থেকে } \frac{2a}{1+a^2+a^4}$$

লক্ষণীয় : বীজগণিতীয় ভগ্নাংশের যোগ ও বিয়োগ করার সময় প্রয়োজন হলে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করে নিতে হবে।

$$\begin{aligned}
 \text{যেমন, } & \frac{a^2bc}{ab^2c} + \frac{ab^2c}{abc^2} + \frac{abc^2}{a^2bc} \\
 &= \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \\
 &= \frac{a \times ca}{b \times ca} + \frac{b \times ab}{c \times ab} + \frac{c \times bc}{a \times bc} \quad [\text{হর } b, c, a \text{ এর ল.সা.গু. } abc] \\
 &= \frac{ca^2}{abc} + \frac{ab^2}{abc} + \frac{bc^2}{abc} \\
 &= \frac{ca^2 + ab^2 + bc^2}{abc}.
 \end{aligned}$$

উদাহরণ ৭। সরল কর :

$$(ক) \frac{x-y}{(y+z)(z+x)} + \frac{y-z}{(x+y)(z+x)} + \frac{z-x}{(x+y)(y+z)}$$

$$(খ) \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} - \frac{4}{x^2+4}$$

$$(গ) \frac{1}{1-a+a^2} - \frac{1}{1+a+a^2} - \frac{2a}{1+a^2+a^4}$$

$$\text{সমাধান : (ক) } \frac{x-y}{(y+z)(z+x)} + \frac{y-z}{(x+y)(z+x)} + \frac{z-x}{(x+y)(y+z)}$$

এখানে, হর = $(y+z)(z+x)$, $(x+y)(z+x)$ ও $(x+y)(y+z)$ এর ল.সা.গু. $(x+y)(y+z)(z+x)$

$$\begin{aligned}
 \therefore & \frac{x-y}{(y+z)(z+x)} + \frac{y-z}{(x+y)(z+x)} + \frac{z-x}{(x+y)(y+z)} \\
 &= \frac{(x-y)(x+y) + (y-z)(y+z) + (z-x)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)} \\
 &= \frac{x^2 - y^2 + y^2 - z^2 + z^2 - x^2}{(x+y)(y+z)(z+x)} \\
 &= \frac{0}{(x+y)(y+z)(z+x)} \\
 &= 0.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{খ}) \quad & \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} - \frac{4}{x^2+4} \\
 &= \frac{x+2-x-2}{(x-2)(x+2)} - \frac{4}{x^2+4} \\
 &= \frac{4}{x^2-4} - \frac{4}{x^2+4} \\
 &= 4 \left[\frac{1}{x^2-4} - \frac{1}{x^2+4} \right] \\
 &= 4 \left[\frac{x^2+4-x^2-4}{(x^2-4)(x^2+4)} \right] \\
 &= \frac{4 \times 8}{(x^2-4)(x^2+4)} \\
 &= \frac{32}{x^4-16}
 \end{aligned}$$

$$(\text{গ}) \quad \frac{1}{1-a+a^2} - \frac{1}{1+a+a^2} - \frac{2a}{1+a^2+a^4}$$

$$\begin{aligned}
 \text{এখানে, } 1+a^2+a^4 &= 1+2a^2+a^4-a^2 \\
 &= (1+a^2)^2 - a^2 \\
 &= (1+a^2+a)(1+a^2-a) \\
 &= (a^2+a+1)(a^2-a+1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{হর} &= 1-a+a^2, 1+a+a^2, 1+a^2+a^4 \text{ এর ল.সা.গু.} = (1+a+a^2)(1-a+a^2) \\
 &= 1+a^2+a^4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \quad & \frac{1}{1-a+a^2} - \frac{1}{1+a+a^2} - \frac{2a}{1+a^2+a^4} \\
 &= \frac{1+a+a^2-1+a-a^2-2a}{1+a^2+a^4} \\
 &= \frac{0}{1+a^2+a^4} \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

অনুশীলনী ৫.১

১। লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর:

(ক) $\frac{4x^2y^3z^5}{9x^5y^2z^3}$

(খ) $\frac{16(2x)^4(3y)^5}{(3x)^3.(2y)^6}$

(গ) $\frac{x^3y + xy^3}{x^2y^3 + x^3y^2}$

(ঘ) $\frac{(a-b)(a+b)}{a^3 - b^3}$

(ঙ) $\frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 25}$

(চ) $\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 9x + 20}$

(ছ) $\frac{(x^3 - y^3)(x^2 - xy + y^2)}{(x^2 - y^2)(x^3 + y^3)}$

(জ) $\frac{a^2 - b^2 - 2bc - c^2}{a^2 + 2ab + b^2 - c^2}$

২। সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর :

(ক) $\frac{x^2}{xy}, \frac{y^2}{yz}, \frac{z^2}{zx}$

(খ) $\frac{x-y}{xy}, \frac{y-z}{yz}, \frac{z-x}{zx}$

(গ) $\frac{x}{x-y}, \frac{y}{x+y}, \frac{z}{x(x+y)}$

(ঘ) $\frac{x+y}{(x-y)^2}, \frac{x-y}{x^3+y^3}, \frac{y-z}{x^2-y^2}$

(ঙ) $\frac{a}{a^3+b^3}, \frac{b}{(a^2+ab+b^2)}, \frac{c}{a^3-b^3}$

(চ) $\frac{1}{x^2-5x+6}, \frac{1}{x^2-7x+12}, \frac{1}{x^2-9x+20}$

(ছ) $\frac{a-b}{a^2b^2}, \frac{b-c}{b^2c^2}, \frac{c-a}{c^2a^2}$

(জ) $\frac{x-y}{x+y}, \frac{y-z}{y+z}, \frac{z-x}{z+x}$

৩। যোগফল নির্ণয় কর :

(ক) $\frac{a-b}{a} + \frac{a+b}{b}$

(খ) $\frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab}$

(গ) $\frac{x-y}{x} + \frac{y-z}{y} + \frac{z-x}{z}$

(ঘ) $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y}$

(ঙ) $\frac{1}{x^2-3x+2} + \frac{1}{x^2-4x+3} + \frac{1}{x^2-5x+4}$

$$(চ) \frac{1}{a^2 - b^2} + \frac{1}{a^2 + ab + b^2} + \frac{1}{a^2 - ab + b^2}$$

$$(ছ) \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} + \frac{4}{x^2-4}$$

$$(জ) \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{x^4-1} + \frac{4}{x^8-1}$$

৪। বিয়োগফল নির্ণয় কর :

$$(ক) \frac{a}{x-3} - \frac{a^2}{x^2-9}$$

$$(খ) \frac{1}{y(x-y)} - \frac{1}{x(x+y)}$$

$$(গ) \frac{x+1}{1+x+x^2} - \frac{x-1}{1-x+x^2}$$

$$(ঘ) \frac{a^2+16b^2}{a^2-16b^2} - \frac{a-4b}{a+4b}$$

$$(ঙ) \frac{1}{x-y} - \frac{x^2-xy+y^2}{x^3+y^3}$$

৫। সরল কর :

$$(ক) \frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} + \frac{z-x}{zx}$$

$$(খ) \frac{x-y}{(x+y)(y+z)} + \frac{y-z}{(y+z)(z+x)} + \frac{z-x}{(z+x)(x+y)}$$

$$(গ) \frac{y}{(x-y)(y-z)} + \frac{x}{(z-x)(x-y)} + \frac{z}{(y-z)(z-x)}$$

$$(ঘ) \frac{1}{x+3y} + \frac{1}{x-3y} - \frac{2x}{x^2-9y^2} \quad (ঙ) \frac{1}{x-y} - \frac{2}{2x+y} + \frac{1}{x+y} - \frac{2}{2x-y}$$

$$(চ) \frac{1}{x-2} - \frac{x-2}{x^2+2x+4} + \frac{6x}{x^3+8} \quad (ছ) \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2+1} + \frac{4}{x^4+1}$$

$$(জ) \frac{x-y}{(y-z)(z-x)} + \frac{y-z}{(z-x)(x-y)} + \frac{z-x}{(x-y)(y-z)}$$

$$(ঝ) \frac{1}{a-b-c} + \frac{1}{a-b+c} + \frac{a}{a^2+b^2-c^2-2ab}$$

$$(ঞ) \frac{1}{a^2+b^2-c^2+2ab} + \frac{1}{b^2+c^2-a^2+2bc} + \frac{1}{c^2+a^2-b^2+2ca}$$

৫.৬ ভগ্নাংশের গুণ

দুই বা ততোধিক ভগ্নাংশ গুণ করে একটি ভগ্নাংশ পাওয়া যায় যার লব হবে ভগ্নাংশগুলোর লবের গুণফলের সমান এবং হর হবে ভগ্নাংশগুলোর হরের গুণফলের সমান। এরূপ ভগ্নাংশকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ করা হলে লব ও হর পরিবর্তিত হয়।

যেমন, $\frac{x}{y}$ ও $\frac{a}{b}$ দুইটি ভগ্নাংশ।

এই দুইটি ভগ্নাংশের গুণফল হলো

$$\begin{aligned} & \frac{x}{y} \times \frac{a}{b} \\ &= \frac{x \times a}{y \times b} \\ &= \frac{xa}{yb} \end{aligned}$$

এখানে xa হলো ভগ্নাংশটির লব যা প্রদত্ত ভগ্নাংশ দুইটির লবের গুণফল এবং হর হলো yb যা প্রদত্ত ভগ্নাংশ দুইটির হরের গুণফল। আবার, $\frac{x}{by}$, $\frac{ya}{z}$ ও $\frac{z}{x}$ তিনটি ভগ্নাংশের গুণফল হলো

$$\begin{aligned} & \frac{x}{by} \times \frac{ya}{z} \times \frac{z}{x} \\ &= \frac{xyza}{xyzb} \\ &= \frac{a}{b} \quad [\text{লঘিষ্ঠকরণ করে}] \end{aligned}$$

এখানে গুণফল লঘিষ্ঠকরণ করার ফলে লব ও হর পরিবর্তিত হলো।

উদাহরণ ৮। গুণ কর :

(ক) $\frac{a^2b^2}{cd}$ কে $\frac{ab}{c^2d^2}$ দ্বারা

(খ) $\frac{x^2y^3}{xy^2}$ কে $\frac{x^3b}{ay^3}$ দ্বারা

(গ) $\frac{10x^5b^4z^3}{3x^2b^2z}$ কে $\frac{15y^5b^2z^2}{2y^2a^2x}$ দ্বারা

(ঘ) $\frac{x^2 - y^2}{x^3 + y^3}$ কে $\frac{x^2 - xy + y^2}{x^3 - y^3}$ দ্বারা

(ঙ) $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9x + 20}$ কে $\frac{x - 5}{x - 3}$ দ্বারা

সমাধান :

(ক)
$$\begin{aligned} & \frac{a^2b^2}{cd} \times \frac{ab}{c^2d^2} \\ &= \frac{a^2b^2 \times ab}{cd \times c^2d^2} \end{aligned}$$

৭০৯ \therefore নির্ণেয় গুণফল $= \frac{a^3b^3}{c^3d^3}$

$$\begin{aligned}
 (খ) \quad & \frac{x^2 y^3}{xy^2} \times \frac{x^3 b}{ay^3} \\
 &= \frac{x^2 y^3 \times x^3 b}{xy^2 \times ay^3} \\
 &= \frac{x^5 y^3 b}{xy^5 a}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় গুণফল} = \frac{x^4 b}{y^2 a}$$

$$\begin{aligned}
 (গ) \quad & \frac{10x^5 b^4 z^3}{3x^2 b^2 z} \times \frac{15y^5 b^2 z^2}{2y^2 a^2 x} \\
 &= \frac{10x^5 b^4 z^3 \times 15y^5 b^2 z^2}{3x^2 b^2 z \times 2y^2 a^2 x} \\
 &= \frac{25x^5 y^5 z^5 b^6}{x^3 y^2 z a^2 b^2}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় গুণফল} = \frac{25b^4 x^2 y^3 z^4}{a^2}$$

$$\begin{aligned}
 (ঘ) \quad & \frac{x^2 - y^2}{x^3 + y^3} \times \frac{x^2 - xy + y^2}{x^3 - y^3} \\
 &= \frac{(x+y)(x-y) \times (x^2 - xy + y^2)}{(x+y)(x^2 - xy + y^2)(x-y)(x^2 + xy + y^2)}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় গুণফল} = \frac{1}{x^2 + xy + y^2}$$

$$\begin{aligned}
 (ঙ) \quad & \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9x + 20} \times \frac{x - 5}{x - 3} \\
 &= \frac{x^2 - 2x - 3x + 6}{x^2 - 4x - 5x + 20} \times \frac{x - 5}{x - 3} \\
 &= \frac{x(x - 2) - 3(x - 2)}{x(x - 4) - 5(x - 4)} \times \frac{x - 5}{x - 3} \\
 &= \frac{(x - 2)(x - 3)}{(x - 4)(x - 5)} \times \frac{x - 5}{x - 3} \\
 &= \frac{(x - 2)(x - 3)(x - 5)}{(x - 4)(x - 5)(x - 3)}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় গুণফল} = \frac{x - 2}{x - 4}.$$

কাজ : গুণ কর :

$$১। \frac{7a^2b}{36a^3b^2} \text{ কে } \frac{24ab^2}{35a^4b^5} \text{ দ্বারা} \quad ২। \frac{x^2+3x-4}{x^2-7x+12} \text{ কে } \frac{x^2-9}{x^2-16} \text{ দ্বারা}$$

৫.৭ ভগ্নাংশের ভাগ

একটি ভগ্নাংশকে অপর একটি ভগ্নাংশ দ্বারা ভাগ করার অর্থ প্রথমটিকে দ্বিতীয়টির গুণাত্মক বিপরীত ভগ্নাংশ দ্বারা গুণ করা।

উদাহরণস্বরূপ, $\frac{x}{y}$ কে $\frac{z}{y}$ দ্বারা ভাগ করতে হবে,

$$\begin{aligned} \text{তাহলে } \frac{x}{y} \div \frac{z}{y} \\ &= \frac{x}{y} \times \frac{y}{z} \quad [\text{এখানে } \frac{y}{z} \text{ হলো } \frac{z}{y} \text{ এর গুণাত্মক বিপরীত ভগ্নাংশ}] \\ &= \frac{x}{z} \end{aligned}$$

উদাহরণ ৯। ভাগ কর :

(ক) $\frac{a^3b^2}{c^2d}$ কে $\frac{a^2b^3}{cd^3}$ দ্বারা

(খ) $\frac{12a^4x^3y^2}{10x^4y^3z^2}$ কে $\frac{6a^3b^2c}{5x^2y^2z^2}$ দ্বারা

(গ) $\frac{a^2-b^2}{a^2+ab+b^2}$ কে $\frac{a+b}{a^3-b^3}$ দ্বারা

(ঘ) $\frac{x^3-27}{x^2-7x+6}$ কে $\frac{x^2-9}{x^2-36}$ দ্বারা

(ঙ) $\frac{x^3-y^3}{x^3+y^3}$ কে $\frac{x^2-y^2}{(x+y)^2}$ দ্বারা

সমাধান :

(ক) ১ম ভগ্নাংশ = $\frac{a^3b^2}{c^2d}$.

২য় " = $\frac{a^2b^3}{cd^3}$

২য় ভগ্নাংশের গুণাত্মক বিপরীত হলো $\frac{cd^3}{a^2b^3}$

$$\frac{a^3b^2}{c^2d} \div \frac{a^2b^3}{cd^3}$$

$$= \frac{a^3b^2}{c^2d} \times \frac{cd^3}{a^2b^3}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় ভাগফল} = \frac{a^3b^2cd^3}{a^2b^3c^2d} = \frac{ad^2}{bc}$$

$$(খ) \quad \frac{12a^4x^3y^2}{10x^4y^3z^2} \div \frac{6a^3b^2c}{5x^2y^2z^2}$$

$$= \frac{12a^4x^3y^2}{10x^4y^3z^2} \times \frac{5x^2y^2z^2}{6a^3b^2c}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় ভাগফল} = \frac{axy}{b^2c}$$

$$(গ) \quad \frac{a^2 - b^2}{a^2 + ab + b^2} \div \frac{a + b}{a^3 - b^3}$$

$$= \frac{(a + b)(a - b)}{(a^2 + ab + b^2)} \times \frac{(a - b)(a^2 + ab + b^2)}{a + b}$$

$$= (a - b)(a - b)$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় ভাগফল} = (a - b)^2$$

$$(ঘ) \quad \frac{x^3 - 27}{x^2 - 7x + 6} \div \frac{x^2 - 9}{x^2 - 36}$$

$$= \frac{x^3 - 3^3}{x^2 - 6x - x + 6} \times \frac{x^2 - 6^2}{x^2 - 3^2}$$

$$= \frac{(x - 3)(x^2 + 3x + 3^2)}{(x - 6)(x - 1)} \times \frac{(x + 6)(x - 6)}{(x + 3)(x - 3)}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় ভাগফল} = \frac{(x^2 + 3x + 9)(x + 6)}{(x - 1)(x + 3)}$$

$$(ঙ) \quad \frac{x^3 - y^3}{x^3 + y^3} \div \frac{x^2 - y^2}{(x + y)^2}$$

$$= \frac{(x - y)(x^2 + xy + y^2)}{(x + y)(x^2 - xy + y^2)} \times \frac{(x + y)^2}{(x + y)(x - y)}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় ভাগফল} = \frac{x^2 + xy + y^2}{x^2 - xy + y^2}$$

কাজ : ভাগ কর :

$$১। \frac{16a^2b^2}{21z^2} \text{ কে } \frac{28ab^4}{35xyz} \text{ দ্বারা} \quad ২। \frac{x^4 - y^4}{x^2 - 2xy + y^2} \text{ কে } \frac{x^3 + y^3}{x - y} \text{ দ্বারা}$$

উদাহরণ ১০। সরল কর :

$$(ক) \left(1 + \frac{1}{x}\right) \div \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$$

$$(খ) \left(\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}\right) \div \left(\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y}\right)$$

$$(গ) \frac{a^3 + b^3}{(a-b)^2 + 3ab} \div \frac{(a+b)^2 - 3ab}{a^3 - b^3} \times \frac{a+b}{a-b}$$

$$(ঘ) \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 7x + 12} \div \frac{x^2 - 16}{x^2 - 9} \times \frac{(x-4)^2}{(x-1)^2}$$

$$(ঙ) \frac{x^3 + y^3 + 3xy(x+y)}{(x+y)^2 - 4xy} \div \frac{(x-y)^2 + 4xy}{x^3 - y^3 - 3xy(x-y)}$$

সমাধান : (ক) $\left(1 + \frac{1}{x}\right) \div \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$

$$\begin{aligned} &= \frac{(x+1)}{x} \div \frac{x^2-1}{x^2} \\ &= \frac{(x+1)}{x} \times \frac{x^2}{(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{x}{x-1} \end{aligned}$$

$$(খ) \left(\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}\right) \div \left(\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y}\right)$$

$$= \frac{x^2 - xy + xy + y^2}{(x+y)(x-y)} \div \frac{x^2 + xy - xy + y^2}{(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} \div \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2}$$

$$= \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} \times \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$$

$$= 1$$

$$\begin{aligned}
 (\text{গ}) \quad & \frac{a^3 + b^3}{(a-b)^2 + 3ab} \div \frac{(a+b)^2 - 3ab}{a^3 - b^3} \times \frac{a+b}{a-b} \\
 &= \frac{(a+b)(a^2 - ab + b^2)}{a^2 - 2ab + b^2 + 3ab} \div \frac{a^2 + 2ab + b^2 - 3ab}{(a-b)(a^2 + ab + b^2)} \times \frac{a+b}{a-b} \\
 &= \frac{(a+b)(a^2 - ab + b^2)}{(a^2 + ab + b^2)} \times \frac{(a-b)(a^2 + ab + b^2)}{(a^2 - ab + b^2)} \times \frac{a+b}{a-b} \\
 &= (a+b)(a+b) \\
 &= (a+b)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{ঘ}) \quad & \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 7x + 12} \div \frac{x^2 - 16}{x^2 - 9} \times \frac{(x-4)^2}{(x-1)^2} \\
 &= \frac{x^2 + 4x - x - 4}{x^2 - 3x - 4x + 12} \times \frac{x^2 - 3^2}{x^2 - 4^2} \times \frac{(x-4)^2}{(x-1)^2} \\
 &= \frac{(x+4)(x-1)}{(x-3)(x-4)} \times \frac{(x+3)(x-3)}{(x+4)(x-4)} \times \frac{(x-4)^2}{(x-1)^2} \\
 &= \frac{x+3}{x-1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{ঙ}) \quad & \frac{x^3 + y^3 + 3xy(x+y)}{(x+y)^2 - 4xy} \div \frac{(x-y)^2 + 4xy}{x^3 - y^3 - 3xy(x-y)} \\
 &= \frac{(x+y)^3}{(x-y)^2} \div \frac{(x+y)^2}{(x-y)^3} \\
 &= \frac{(x+y)^3}{(x-y)^2} \times \frac{(x-y)^3}{(x+y)^2} \\
 &= (x+y)(x-y) \\
 &= x^2 - y^2
 \end{aligned}$$

অনুশীলনী ৫.২

১। $\frac{a}{x}, \frac{b}{y}, \frac{c}{z}, \frac{p}{q}$ কে সাধারণ হ্রস্বীকৃত করলে নিচের কোনটি সঠিক ?

$$\text{ক. } \frac{ayzq}{xyzq}, \frac{bxzq}{xyzq}, \frac{cxyq}{xyzq}, \frac{pxyz}{xyzq} \quad \text{খ. } \frac{axy}{xyzq}, \frac{byz}{xyzq}, \frac{czx}{xyzq}, \frac{pxy}{xyzq}$$

গ. $\frac{a}{xyzq}, \frac{b}{xyzq}, \frac{c}{xyzq}, \frac{p}{xyzq}$ ঘ. $\frac{axyzq}{xyzq}, \frac{bxyzq}{xyzq}, \frac{cxyzq}{xyzq}, \frac{pxyzq}{xyzq}$

২। $\frac{x^2y^2}{ab}$ ও $\frac{c^3d^2}{x^5y^3}$ এর গুণফল কত হবে ?

ক. $\frac{x^2y^2c^3d^2}{abx^3y^2}$ খ. $\frac{c^3d^2}{abx^3y}$ গ. $\frac{x^2y^2c^3}{x^3y}$ ঘ. $\frac{xyd^2}{ab}$

৩। $\frac{x^2-2x+1}{a^2-2a+1}$ কে $\frac{x-1}{a-1}$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল কত হবে ?

ক. $\frac{x+1}{a-1}$ খ. $\frac{x-1}{a-1}$ গ. $\frac{x-1}{a+1}$ ঘ. $\frac{a-1}{x-1}$

৪। $\frac{a-b}{a} - \frac{a+b}{b}$ এর সরল মান নিচের কোনটি?

ক) $\frac{a^2-2ab-b^2}{ab}$ খ) $\frac{a^2-2ab+b^2}{ab}$ গ) $\frac{-a^2-b^2}{ab}$ ঘ) $\frac{a^2-b^2}{ab}$

৫। $\frac{p+x}{p-x} \div \frac{(p+x)^2}{p^2-x^2}$ এর মান কোনটি?

ক) 1 খ) p-x গ) p+x ঘ) $\frac{p-x}{p+x}$

৬। $\frac{x+y}{x-y}$ ও $\frac{x-y}{x+y}$ কে সাধারণ হর বিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি হবে?

ক) $\frac{(x+y)^2}{x^2-y^2}, \frac{(x-y)^2}{x^2-y^2}$ খ) $\frac{(x+y)^2}{x-y}, \frac{(x-y)^2}{x+y}$ গ) $\frac{(x+y)^2}{x^2+y^2}, \frac{(x-y)^2}{x^2+y^2}$ ঘ) $\frac{x-y}{(x+y)^2}, \frac{x+y}{(x-y)^2}$

◆ নিচের উদ্দীপকের আলোকে ৭-৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$\frac{x^2+4x-21}{x^2+5x-14}$ একটি বীজগাণিতিক ভগ্নাংশ।

৭। লবের উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ কোনটি?

ক) $(x+7)(x-3)$ খ) $(x-1)(x+21)$ গ) $(x-3)(x-7)$ ঘ) $(x+3)(x-7)$

৮। ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ মান নিচের কোনটি?

ক) $\frac{x-7}{x+7}$ খ) $\frac{x-3}{x+2}$ গ) $\frac{x+7}{x-2}$ ঘ) $\frac{x-3}{x-2}$

৯। লঘিষ্ঠ মানের সাথে কত যোগ করলে যোগফল $\frac{1}{2-x}$ হবে?

ক) -1 খ) 1 গ) x-2 ঘ) x-3

১০। $\frac{x^2 + 6x + 5}{x^2 + 10x + 25}$ এর সমতুল ভগ্নাংশ হবে-

i. $\frac{x+1}{x+5}$

ii. $\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + 2x - 15}$

iii. $\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 3x - 10}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii

খ) i ও iii

গ) ii ও iii

ঘ) i, ii ও iii

১১। $\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + x - 2}$ ও $\frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4}$ এর ভাগফল নিচের কোনটি?

ক) $\frac{x+3}{x+2}$

খ) $\frac{x-1}{x+3}$

গ) 1

ঘ) 0

১২। $\frac{1}{x-12} - \frac{1}{x+2} - \frac{4}{x^2-4}$ এর সরল মান নিচের কোনটি?

ক) $\frac{8}{x^2-4}$

খ) $\frac{2x}{x^2-4}$

গ) 1

ঘ) 0

১৩। গুণ কর :

(ক) $\frac{9x^2y^2}{7y^2z^2}, \frac{5b^2c^2}{3z^2x^2}$ এবং $\frac{7c^2a^2}{x^2y^2}$

(খ) $\frac{16a^2b^2}{21z^2}, \frac{28z^4}{9x^3y^4}$ এবং $\frac{3y^7z}{10x}$

(গ) $\frac{yz}{x^2}, \frac{zx}{y^2}$ এবং $\frac{xy}{z^2}$

(ঘ) $\frac{x-1}{x+1}, \frac{(x-1)^2}{x^2+x}$ এবং $\frac{x^2}{x^2-4x+5}$

(ঙ) $\frac{x^4-y^4}{x^2-2xy+y^2}, \frac{x-y}{x^3+y^3}$ এবং $\frac{x+y}{x^3+y^3}$

(চ) $\frac{1-b^2}{1+x}, \frac{1-x^2}{b+b^2}$ এবং $\left(1 + \frac{1-x}{x}\right)$

(ছ) $\frac{x^2-3x+2}{x^2-4x+3}, \frac{x^2-5x+6}{x^2-7x+12}$ এবং $\frac{x^2-16}{x^2-9}$

(জ) $\frac{x^3+y^3}{a^2b+ab^2+b^3}, \frac{a^3-b^3}{x^2-xy+y^2}$ এবং $\frac{ab}{x+y}$

(ঝ) $\frac{x^3+y^3+3xy(x+y)}{(a+b)^3}, \frac{a^3+b^3+3ab(a+b)}{x^2-y^2}$ এবং $\frac{(x-y)^2}{(x+y)^2}$

১৪। ভাগ কর : (১ম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা)

(ক) $\frac{3x^2}{2a}, \frac{4y^2}{15zx}$

(খ) $\frac{9a^2b^2}{4c^2}, \frac{16a^3b}{3c^3}$

(গ) $\frac{21a^4b^4c^4}{4x^3y^3z^3}, \frac{7a^2b^2c^2}{12xyz}$

$$\begin{aligned}
 (\ঘ) \quad & \frac{x}{y}, \frac{x+y}{y} & (\ঙ) \quad & \frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}, \frac{a^2-b^2}{a+b} & (\চ) \quad & \frac{x^3-y^3}{x+y}, \frac{x^2+xy+y^2}{x^2-y^2} \\
 (\ছ) \quad & \frac{a^3+b^3}{a-b}, \frac{a^2-ab+b^2}{a^2-b^2} & (\জ) \quad & \frac{x^2-7x+12}{x^2-4}, \frac{x^2-16}{x^2-3x+2} \\
 (\ঝ) \quad & \frac{x^2-x-30}{x^2-36}, \frac{x^2+13x+40}{x^2+x-56}
 \end{aligned}$$

১৫। সরল কর :

$$\begin{aligned}
 (ক) \quad & \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \times \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x}\right) \\
 (খ) \quad & \left(\frac{1}{1+x} + \frac{2x}{1-x^2}\right) \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}\right) \\
 (গ) \quad & \left(1 - \frac{c}{a+b}\right) \left(\frac{a}{a+b+c} - \frac{a}{a+b-c}\right) \\
 (ঘ) \quad & \left(\frac{1}{1+a} + \frac{a}{1-a}\right) \left(\frac{1}{1+a^2} - \frac{1}{1+a+a^2}\right) \\
 (ঙ) \quad & \left(\frac{x}{2x-y} + \frac{x}{2x+y}\right) \left(4 + \frac{3y^2}{x^2-y^2}\right) \\
 (চ) \quad & \left(\frac{2x+y}{x+y} - 1\right) \div \left(1 - \frac{y}{x+y}\right) \\
 (ছ) \quad & \left(\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b}\right) \div \left(\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b}\right) \\
 (জ) \quad & \left(\frac{a^2+b^2}{2ab} - 1\right) \div \left(\frac{a^3-b^3}{a-b} - 3ab\right) \\
 (ঝ) \quad & \frac{(x+y)^2 - 4xy}{(a+b)^2 - 4ab} \div \frac{x^3 - y^3 - 3xy(x-y)}{a^3 - b^3 - 3ab(a-b)} \\
 (ঞ) \quad & \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 1\right) \div \left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{a}{b} + 1\right)
 \end{aligned}$$

১৬। সরল কর।

$$\begin{aligned}
 (ক) \quad & \frac{x^2+2x-15}{x^2+x-12} \div \frac{x^2-25}{x^2-x-20} \times \frac{x-2}{x^2-5x+6} \\
 (খ) \quad & \left(\frac{x}{x-y} - \frac{x}{x+y}\right) \div \left(\frac{y}{x-y} - \frac{y}{x+y}\right) + \left(\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y}\right) \div \left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y}\right)
 \end{aligned}$$

$$(গ) \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + x - 2} \div \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4}$$

$$(ঘ) \frac{a^4 - b^4}{a^2 + b^2 - 2ab} \times \frac{(a+b)^2 - 4ab}{a^3 - b^3} \div \frac{a+b}{a^2 + ab + b^2}$$

$$১৭। \frac{a^4 - b^4}{a^2 - 2ab + b^2}, \frac{a-b}{a^3 + b^3}, \frac{a+b}{a^3 + b^3} \text{ তিনটি বীজগাণিতিক রাশি।}$$

ক) ১ম রাশিকে লঘিষ্ট আকারে প্রকাশ করো।

$$\text{খ) দেখাও যে, রাশি তিনটির গুণফল } \frac{a^2 + b^2}{(a^2 - ab + b^2)^2}$$

$$\text{গ) ১ম রাশিকে } \frac{a^3 + a^2b + ab^2 + b^3}{(a+b)^2 - 4ab} \text{ দ্বারা ভাগ করে ভাগফলের সাথে } \frac{a^2}{a+b} \text{ যোগ কর।}$$

$$১৮। A = x^2 - 5x + 6, B = x^2 - 7x + 12, C = x^2 - 9x + 20 \text{ তিনটি বীজগাণিতিক রাশি।}$$

$$\text{ক) } \frac{x}{y} \text{ এবং } \frac{x+y}{y} \text{ এর বিয়োগফল নির্ণয় করো।}$$

$$\text{খ) } \frac{1}{B} + \frac{1}{C} \text{ কে লঘিষ্ট আকারে প্রকাশ করো।}$$

$$\text{গ) } \frac{1}{A}, \frac{1}{B}, \frac{1}{C} \text{ কে সাধারণ হর বিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ করো।}$$

$$১৯। A = x - 2, B = x^2 + 2x + 4, C = x^3 - 8 \text{ তিনটি বীজগাণিতিক রাশি।}$$

$$\text{ক) যোগফল নির্ণয় করো: } \frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab} + \frac{a-b}{ac}$$

$$\text{খ) সরল করো: } \frac{1}{A} \times \frac{x-2}{B} + \frac{6x}{C}$$

$$\text{গ) প্রমাণ কর যে, } \frac{1}{A} \times \frac{x+2}{B} \div \frac{x+2}{C} = 1$$

$$২০। A = \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 + 7x + 12}, B = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 6x - 7}, C = \frac{x^2 + 12x + 35}{x^2 + 4x - 5} \text{ তিনটি বীজগাণিতিক রাশি।}$$

ক) A কে লঘিষ্ট আকারে প্রকাশ করো।

খ) A+B কে সরল করো।

$$\text{গ) দেখাও যে, } B \times C \div \frac{x^2 - 9}{x - 1} = \frac{1}{x - 3}$$